

# Conceptos de Autómatas Celulares

Bernal Guadiana Roberto

e-mail:rbg@info.uasnet.mx

Lic. en Informática

Esc. de Informática

Universidad Autónoma de Sinaloa

*"Sursum Versus"*

Investigador: Dr. Harold V. McIntosh

Departamento de Aplicación de Microcomputadoras

Instituto de Ciencias

Universidad Autónoma de Puebla

Agosto 1996

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
1.1	Autómata Celular . . . . .	3
1.1.1	Antecedentes . . . . .	4
1.2	Clases de Wolfram . . . . .	5
1.2.1	Subautómata . . . . .	7
1.2.2	Estructura topológica . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Teoría de gráficas</b>	<b>10</b>
2.1	Diagramas de evolución . . . . .	10
2.2	Diagramas de Bruijn . . . . .	10
2.2.1	Subdiagramas . . . . .	12
2.2.2	Diagrama de subconjuntos . . . . .	12
2.2.3	Diagrama de parejas . . . . .	12
2.2.4	Basins of attraction (Campos de atracción) . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Autómata Reversible</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>Grupos de reglas de evolución</b>	<b>18</b>
4.1	Regla complementaria . . . . .	19
4.2	Regla negativa . . . . .	20
4.3	Reflexión . . . . .	21
4.4	Categorías de simetría . . . . .	23

# Capítulo 1

## Introducción

*La ciencia no trata de explicar y casi no intenta interpretar : se consagra sobre todo a hacer modelos. Por modelo se entiende una construcción matemática que, con la adición de ciertas aclaraciones verbales, describe fenómenos observados. La justificación de esa construcción matemática es única y precisamente que sea eficaz.*  
- John von Neumann.

Los Autómatas Celulares Lineales son una área de estudio especializada del área general en la teoría de autómatas. Este artículo da un panorama general dentro de esta área, mediante los conceptos básicos manejados en el estudio de esta teoría, los estudios anteriores que hicieron de esta una importante teoría dentro de la teoría de computación, se tratarán algunas características de estos mecanismos de manera conceptual. Autómatas Celulares Lineales son mecanismos dinámicos que presentan comportamientos interesantes de evolución que van desde la tranquilidad al caos. Y esto los hace capaces de representar algunos problemas relacionados con sistemas dinámicos. Otro punto será tomar los algunos enfoques y aportaciones sobre esta teoría, así como algunas de sus principales aplicaciones.

## 1.1 Autómata Celular

En general, es una cadena de células evolucionando mediante la interacción de una función constante no-lineal que independientemente determina los nuevos valores de cada una de estas células de acuerdo a los valores de un predeterminado subconjunto de células. La cadena está delimitada por una dimensión y la definición es delimitada en tablas.

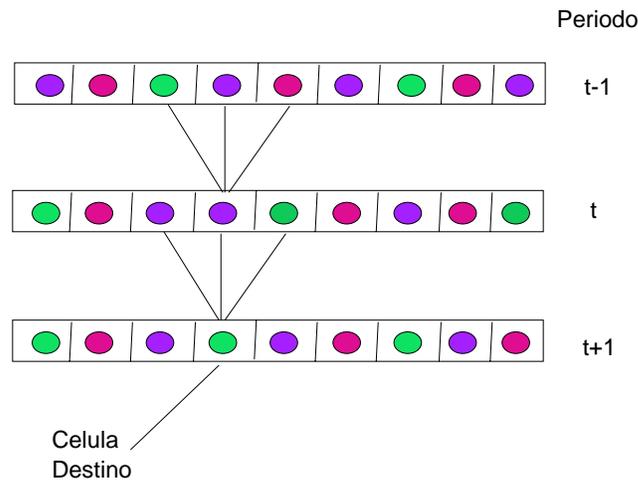


Figura 1.1: Diagrama de evoluciones para un Autómata Celular de tres estados y tres vecinos. (3,1)

Autómata Celular con conexiones arbitrarias, desde células en  $t_0$  a una célula destino en  $t_1$ . La conexión y regla puede diferir a cada célula destino, de acuerdo con la configuración de la vecindad la cual define la evolución.

Un Autómata Celular se un sistema dinámico discreto, el cual evoluciona mediante la interacción de una simple regla determinística, como cualquier otro sistema dinámico, sus variables cambian como una función de sus propios valores.

### 1.1.1 Antecedentes

El estudio de los Autómatas Celulares, desde su origen ha tenido etapas importantes; la etapa que dio origen fue la de **John von Neumann**, a mediados de los 50's. von Neumann trataba de comprobar la existencia de máquinas capaces de la auto-reproducción, la pregunta surgió pensando que seguramente había patrones que podían ser construidos a partir de otros dentro del mismo sistema, por esto su trabajo lo realizó sobre la teoría de constructores universales dentro de redes de Autómatas Celulares.

La segunda etapa importante vino en los 70's con el desarrollo de un juego llamado **Life**; cuando las microcomputadoras empezaron a atraer la atención del público **Life** llegó a ser un punto de inspiración para una aplicación; **Life** era un sistema el cual podía simular evoluciones interesantes de "seres" a través de un tiempo dado en un espacio bidimensional .

La tercera etapa importante vino a mediados de los 80's con las investigaciones realizadas por Stephen Wolfram, su trabajo fue desarrollado con apoyo de computadoras en la búsqueda de propiedades de autómatas celulares de una dimensión, guiado por algunos conceptos de sistemas no-lineales y mecanismos estáticos.

## 1.2 Clases de Wolfram

Wolfram sugiere una clasificación de los autómatas celulares por las características presentadas en la evolución. Él observó que los autómatas celulares tienden a caer en las siguientes clases:

- 1) La evolución es guiada hacia sistemas homogéneos.

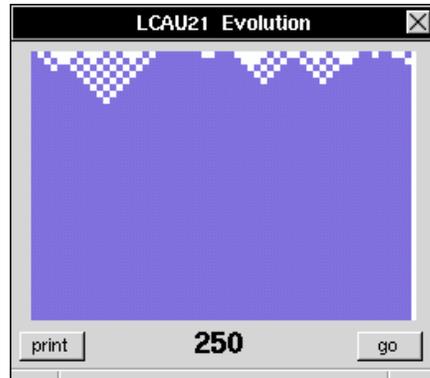


Figura 1.2: Ejemplo de la clase I en un autómata 21.

- 2) La evolución es guiada hacia un conjunto separado de estados estables o estructuras periódicas.

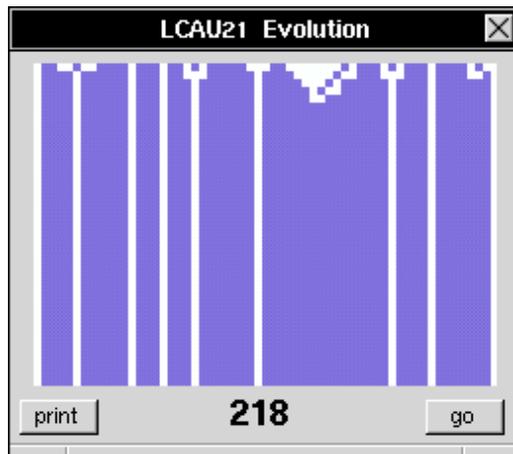


Figura 1.3: Ejemplo de la clase II en un autómata 21

3) La evolución es guiada a patrones caóticos

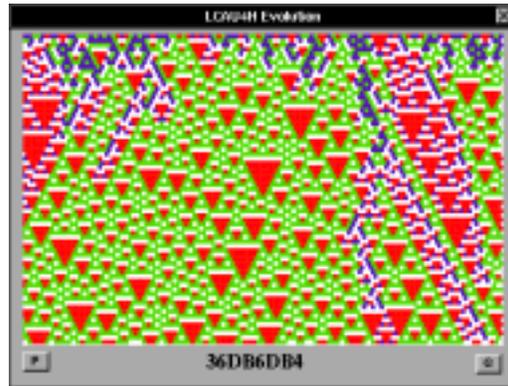


Figura 1.4: Ejemplo de la clase III en un autómata 4H

4) La evolución es guiada a complejas estructuras localizadas que algunas veces sobreviven.

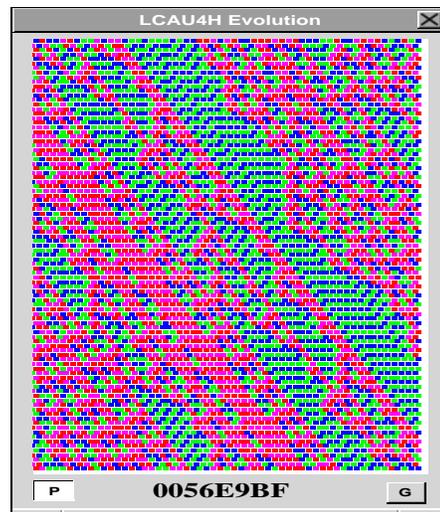


Figura 1.5: Ejemplo de la clase IV en un autómata 4H

Los autómatas celulares totalísticos son usados como ejemplo de estas 4 clases, para uno de ellos,  $\mathbf{K}$  denota el número de estados por ejemplo:  $S = \{ 0, 1, \dots, K-1 \}$  y  $\mathbf{r}$  denota el número de radio de la vecindad, por ejemplo  $N = \{ -k, \dots, 0, \dots, r \}$ . Cuando  $\mathbf{k}=2$  y  $\mathbf{r}=2$  (dos estados por celda y una vecindad de 5), hay **264** reglas totalísticas, asumiendo que la configuración en la cual todos los ceros, corta este número a la mitad. Estas reglas son etiquetadas por una función la cual es un número binario.

$$(b_6, \dots, b_2, b_1, b_0), \tag{1.1}$$

para

$$b_i \in (0, 1) \tag{1.2}$$

se interpreta que:

$$s_{-2}, \dots, s_0, \dots, s_2 \tag{1.3}$$

Usualmente esta función binaria es convertida a números decimales por conveniencia. La restricción para el caso donde el cero o estado tranquilo está compuesto, significa que todas las reglas consideradas tienen siempre números entre 0 y 62. Wolfram considero todas las reglas con  $\mathbf{k}=2$  y  $\mathbf{r}=2$ , él las clasificó en las siguientes:

- Clase I : 0, 4, 16, 32, 48, 54, 60, 62;
- Clase II: 8, 24, 40, 56, 58;
- Clase III: 2, 6, 10, 12, 14, 18, 22, 26, 28, 30, 34, 38, 42, 44, 46, 50;
- Clase IV: 20, 52;

### 1.2.1 Subautómata

Un autómata binario puede ser catalogado como poco interesante sencillamente porque "no hace nada" o cae dentro de clases de Wolfram I y II; pero hay otras formas en las cuales un gran número de estados internos pueden caer dentro de patrones de comportamiento restrictivo. Para muchas reglas es común ver la pantalla mientras nos muestra que algunos colores desaparecen, esto podría ser visible en reglas en la cual

un cierto valor nunca aparece en esta, porque este podría estar ausente en todas las líneas posteriores a la línea inicial.

Un matemático podría describir esta situación diciendo que estaba tratando con un subautómata, uno para el cual un subconjunto de estados, se podría encontrar bajo de la evolución; lo que significa que los estados están dados en un conjunto que podría evolucionar solo dentro de otros. Ya que las definiciones matemáticas cuidan incluir de manera sutil como casos externos de alguna proposición general, esto podría ser remarcado como un ejemplo de autómata en comportamiento en subconjuntos. Para este autómata muerto los estados evolucionan solo dentro de estados muertos, usando la metáfora biológica de Conway. Aquí el subconjunto extremo es el que consiste de solo estados tranquilos, así que el subconjunto del autómata, estrictamente hablando podría ser un autómata monario; una categoría que podríamos obtener aunque nunca necesitemos usarlo. Pasando el concepto de subautómata con estados tranquilos (un adjetivo más elegante que "muertos"); aparece su representación diciendo que los estados tranquilos pertenecen a un subautómata.

## 1.2.2 Estructura topológica

Estructura topológica .- Es el conjunto de estados más relevantes; ampliando un poco es una parte delgada y densa, la cual contiene un grupo de conjuntos de estados. Los estados dentro de la estructura tienen grandes evoluciones; los estados en el límite en contraste, solo evoluciones cortas. Considerando un autómata celular desarrollándose en una red periódica de células, si el número de células de la red es  $S$ , el número de estados es  $K$  entonces hay  $k^S$  posibles configuraciones de red. Como el número de configuraciones posibles es finito, cualquier configuración inicial puede mapear a un ciclo periódico temporalmente. El concepto de estructura topológica significa "reconciliar" 2 conjuntos de resultados, que pueden parecer estar en contradicción.

La hipótesis de la estructura topológica dice que en el límite de un sistema grande la gráfica de transición de estados casi siempre contiene estructuras de configuraciones con grandes evoluciones, cubiertas por una superficie de configuraciones con evoluciones en extinción. Esta diferencia entre estructura y superficie es definida por el tamaño de la evolución revisando el resultado se podría obtener el método para

medir el tamaño de la evolución de una configuración posible.

# Capítulo 2

## Teoría de gráficas

### 2.1 Diagramas de evolución

La representación estándar del desarrollo de un autómata celular es el diagrama espacio-tiempo, estos muestran una secuencia temporal de configuraciones, con estados representados con colores, la configuración inicial es generada al azar, y su tamaño es de 240 células y una evolución esta compuesta por 240 generaciones.

### 2.2 Diagramas de Bruijn

Definición Matemática.- Desde un Punto de vista puramente abstracto, un diagrama es una pareja  $(\mathbf{N}, \mathbf{L})$  compuesta de  $\mathbf{N}$  nodos y  $\mathbf{L}$  ligas, los nodos en sí son solo un conjunto; son números enteros positivos que van de 0 a  $\mathbf{N}-1$ , las ligas son un subconjunto de  $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ . Los nodos son representados como puntos en una hoja de papel, casi siempre etiquetadas por números de el conjunto de  $\mathbf{N}$ , las ligas son representadas por flechas uniendo los nodos, las flechas van del nodo  $i$  al nodo  $j$  si

$$(i, j \in L.) \tag{2.1}$$

observe que no hay requisitos, que ambos  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  y  $(\mathbf{j}, \mathbf{i})$  pertenecen a  $\mathbf{L}$ , no que  $(\mathbf{i}, \mathbf{i})$  puede pertenecer o no.

Los nodos del diagrama de Bruijn son secuencias de símbolos alfabéticos, como una expresión regular, pueden ser secuencias de nodos de una gráfica específica. Las ligas del diagrama muestran como cada secuen-

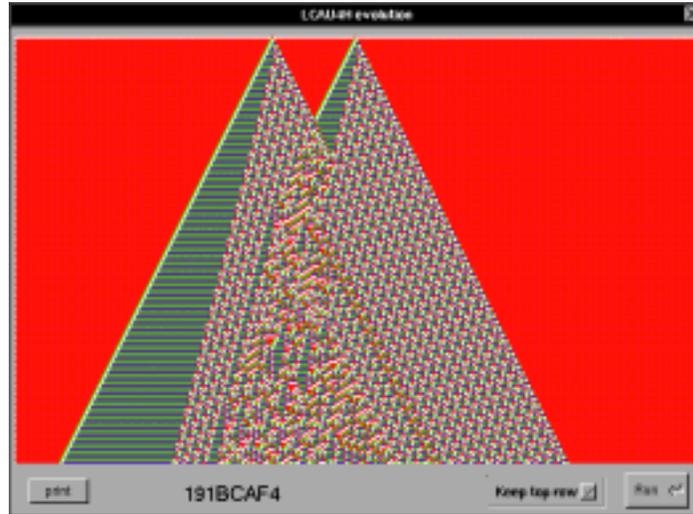


Figura 2.1: Ejemplo de un diagrama Tiempo-espacio(Diagrama de evolución)

cia puede traslaparse. Diferentes grados de traslape conducen a diagramas diferentes, el más simple de los cuales traslapa de acuerdo a la ganancia o pérdida de una célula inicial o símbolo terminal. Así la secuencia binaria 0011 traslapa la secuencia 0110 perdiendo un 0 como símbolo inicial, donde la segunda secuencia traslapa perdiendo un 0 como símbolo terminal. Las ligas pueden ser etiquetadas de acuerdo al símbolo de desplazamiento, por la composición de la secuencia 00110 y una variedad de otras formas. La aplicación dada generalmente realiza la elección, cuando los signos son enteros consecutivos, pueden ser tratados como elementos de un anillo o tal vez un campo finito; el caso de discutir sus propiedades aritméticamente o algebraicamente hace la elección claramente justificada. Por ejemplo, la matriz topológica de un diagrama de Bruijn llega a ser simplemente:

$$M_{i,j} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ otherwise} \quad (2.2)$$

$$j = \begin{cases} k_{i,j} \\ \dots \\ k_{i,j} + 1 \end{cases} \quad (\text{Mod } K^{2r}) \quad (2.3)$$

El número de nodos en el diagrama de Bruijn esta dado por  $\mathbf{k}(\hat{\mathbf{2r}})$  y el número de ligas por  $\mathbf{k}(\hat{\mathbf{2r}}+1)$ , los nodos representan partes de vecindades del autómata. Las características de evolución pueden ser usadas para la selección de subgraficas del diagrama de Bruijn.

### 2.2.1 Subdiagramas

Aunque mediante un diagrama de Bruijn se puede representar configuraciones o clases de configuraciones de un autómata celular existen otros diagramas que se derivan de este y pueden mostrar ciertos comportamientos de manera más fácil y clara . Las ligas son asociadas con los vecindarios de un autómata usando los mismos símbolos, los cuales asocian las ligas con pasos de la evolución, si hay alguna razón para discriminación entre vecindarios, la misma discriminación puede definir un subdiagrama mediante un diagrama de Bruijn. Un buen ejemplo de esto surge de las configuraciones de LIFE, en la que algunas células no cambian durante su evolución.

### 2.2.2 Diagrama de subconjuntos

Se obtiene de el diagrama de Bruijn, y su uso es principalmente buscar las configuraciones posibles en que puede evolucionar una configuración, es decir su uso principal es la búsqueda de ancestros, también uno de sus principales usos esta dado en la búsqueda de ancestros y jardines del Edén es decir configuraciones que no tienen ancestros.

El número de nodos en el diagrama de subconjuntos esta dado por  $\mathbf{k}\hat{\mathbf{r}}$  donde  $\mathbf{k}$  es igual al número de nodos del diagrama de Bruijn.

### 2.2.3 Diagrama de parejas

También llamado producto cartesiano, este tiene muchas aplicaciones, como el límite superior de dos gráficas, este compara caminos entre dos diferentes diagramas( o dos caminos en el mismo diagrama). Esto también se presenta la segunda ocasión en el calculo de los caminos

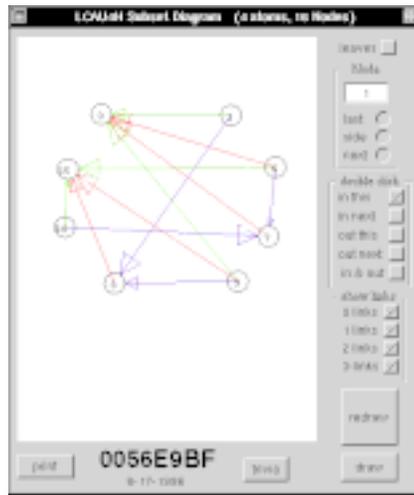


Figura 2.2: Diagrama de Subconjuntos

más frecuentes. El diagrama de parejas se crea uniendo dos nodos si hay una liga a través del subconjunto fuente a todos los nodos en el subconjunto destino. En otras palabras, tomar un subconjunto fuente y correr a través de todos sus nodos a los cuales sus miembros son ligados, ese conjunto es el destino. Cuando no hay ligas el subconjunto es conectado al conjunto vacío, de esta manera la cantidad de ligas esta garantizada para cada nodo en el subconjunto vacío. Es decir, configuraciones que no tienen ancestros.

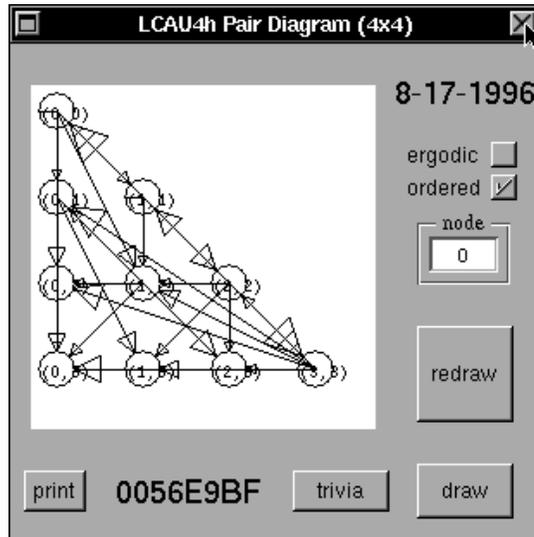


Figura 2.3: Diagrama de parejas

### 2.2.4 Basins of attraction (Campos de atracción)

La capacidad de representar campos de atracción puede ser significativa en algunas áreas de la teoría de autómatas celulares, sistemas complejos, sistemas dinámicos teoría de computación, simulación de vida artificial, redes neuronales, y algunos aspectos genéticos. Su topología representa un segundo nivel de complejidad de los comportamientos de autómatas celulares, donde el primer nivel se podría decir que son los patrones de evolución en trayectorias particulares. Los espacios dentro de un campo de atracción se clasifican por el espacio de estado. Los atractores han sido clasificados como memorias en relación a los mecanismos fundamentales en redes neuronales.

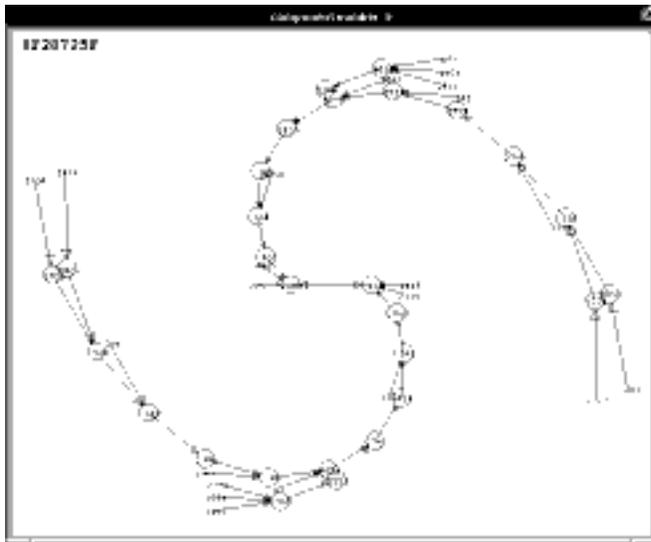


Figura 2.4: Diagrama de parejas

## Capítulo 3

# Autómata Reversible

Dentro de los autómatas celulares existen ciertas condiciones de evolución, las cuales presentan la característica de que esta evolución puede ser seguida a través del tiempo de la manera más común, esto es decir, una nueva célula se obtiene a través de sus ancestros, pero con la característica de que esta nueva célula puede dar origen a sus ancestros a través de otra regla llamada regla reversible, esta sigue una evolución por las mismas configuraciones que esta forma en su trayectoria anterior hasta llegar a la configuración inicial original. Existen grados de reversibilidad dependiendo de las configuraciones tomadas en cuenta, los hay arbitrarios, periódicos o tranquilos en el infinito. Los autómatas celulares son sistemas dinámicos abstractos que juegan un papel en las matemáticas discretas comparable al que juegan las ecuaciones diferenciales en las matemáticas continuas. Hace pocos años el conocimiento sobre autómatas reversibles ( Invertible Cellular Automata ICA) podía ser expresado en unas cuantas líneas (y no era muy interesante tampoco), ahora uno puede decir una historia más interesante, y nosotros tenemos que intentar hacer este papel también. La relación con ICA representa el resultado de varios años de investigación que incluyen:

- Computación corriente en redes teniendo estructura uniforme.
- Reversibilidad (o " información almacenada") en el cálculo de procesos.
- Relación fundamental entre física y computación.
- Fundamentos de relatividad.

- Computación cuántica.
- Modulación graduada de sistemas físicos.
- Simulación de autómatas celulares.
- Encriptamiento de datos.

Una asignación de estados a todas las células, un estado para un autómata celular entero, es llamado una configuración. Con la aplicación de un mapeo local a todas las celdas de la cadena de cualquier configuración  $q$ , obteniendo una nueva configuración  $q'$ , la cual es llamada sucesor así el mapeo local define una transformación

$$q \rightarrow q', \quad (3.1)$$

llamada mapeo global, sobre el conjunto de configuraciones. Un Autómata Celular es reversible si su mapeo es reversible, por ejemplo si cualquier configuración, la cual por definición, tiene exactamente un sucesor también un predecesor.

En 1962, Moore preguntó si podrían existir configuraciones de "Jardines de Edén" -configuraciones que no tienen predecesor- y probó que bajo ciertas condiciones, si una configuración tiene más de un predecesor entonces debería haber alguna que no tenga ninguno.

Fredkin ha estado estudiando recursos de invertibilidad como modelos de comportamiento dinámico. A llegado a técnicas para la arbitraria sintetización secuencial de comportamientos booleanos invertibles; y tiene estudios de una clase de ICA que muestran algunas analogías con mecanismos de Lagrange.

# Capítulo 4

## Grupos de reglas de evolución

Los parámetros de un autómata celular podrían ser definidos como los siguientes: el número de estados ( $k$ ), la configuración inicial ( $l$ ) la cual se encuentra estructurada en forma de anillo (cadena circular), un tamaño de vecindario ( $n$ ), el número total de vecindarios  $k(n+1)$  y el total de reglas

$$k^{k(n+1)}. \quad (4.1)$$

Para:  $k=2$ ,  $n=3$ , se tiene la forma:

$$P_i^{t+1} = \mathcal{F}(P_{i-1}^t, P_i^t, P_{i+1}^t) \quad (4.2)$$

donde  $P_i=0, 1$   $i$  es la posición entre 1 y  $L$ , y  $T$  es el número de generación, para una cadena circular de tamaño  $L$ ,  $P_1 = P_L + 1$ .

Este sistema puede ser representado como sigue:

$$\begin{aligned} t0 & \dots ABC \dots \\ t1 & \dots T \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t0 & BC \dots A \\ t1 & T \dots \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} t0 & C \dots AB \\ t1 & \dots T \end{aligned}$$

\* El vecindario ABC en t0 define la célula T en t1  
 Para  $n = 3, 2^{\hat{3}} = 8$  vecindarios y  $2^{\hat{8}} = 256$  reglas, de acuerdo a la clasificación de Wolfram, las reglas ordenadas de manera descendente en vecindades de arreglos binarios.

<i>Regla</i>	111	110	101	100	011	010	001	000	<i>Vecindades</i>
	$T_7$	$T_6$	$T_5$	$T_4$	$T_3$	$T_2$	$T_1$	$T_0$	<i>Salida</i>

(4.4)

Si la regla es observada como binario, el número de regla R es su equivalente decimal; así, los rangos de la regla serán de 00000000 a 11111111, y R de 0 a 256.

## 4.1 Regla complementaria

Toda regla tiene una regla complementaria,  $R_c$ , donde su origen es la entrada de la regla invertida donde  $R_c$  es la regla negativa de R. R y  $R_c$  son de comportamiento similar, en general es relativo

$$\begin{aligned} si \quad R &= 0, 1, 2, \dots, 127 \\ R_c &= 255, 254, 253, \dots, 128 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Hay 2 tipos de simetría

$$\begin{array}{l}
 \textit{Complementaria} \quad 111,000 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 - 1, 1 - 0 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad T7 - T0
 \end{array} \tag{4.6}$$

$$\begin{array}{l}
 \textit{Simetrica} \quad 110,011 \\
 (\textit{imagen}) \quad T6 - T3
 \end{array} \tag{4.7}$$

## 4.2 Regla negativa

Para cualquier regla R y línea inicial i, el autómata celular genera un patrón de evolución P. Hay una regla Rn, que da la línea inicial negativa i' genera un patrón de evolución negativo, P' (todos los valores de las células invertidas).

Considerando la regla

$$\begin{array}{l}
 \textit{Regla} \quad \frac{111 \quad 110 \quad 101 \quad 100 \quad 011 \quad 010 \quad 001 \quad 000}{T_7 \quad T_6 \quad T_5 \quad T_4 \quad T_3 \quad T_2 \quad T_1 \quad T_0} \Bigg| \begin{array}{l} \textit{Vecindario} \\ \textit{Salida} \end{array}
 \end{array} \tag{4.8}$$

Buscar **Rn** supone "un mundo negativo" en el que la regla incluye vecindarios, pueden ser transformados invirtiendo los valores en

$$\begin{array}{l}
 \textit{Regla} \quad \frac{000 \quad 001 \quad 010 \quad 011 \quad 100 \quad 101 \quad 110 \quad 111}{T_7 \quad T_6 \quad T_5 \quad T_4 \quad T_3 \quad T_2 \quad T_1 \quad T_0} \Bigg| \textit{Vecindades}
 \end{array} \tag{4.9}$$

El orden de las vecindades ha sido cambiado y se restaura dando

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_0 & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 & T_7 & \\
 \end{array} \quad (4.10)$$

\*Aunque negativa y complemento pueden tener el mismo significado, cambiar 0s por 1s (intercambio de valores), usar negativa (como en negativo fotográfico) para evoluciones transformadas, y complemento para reglas y vecindades transformadas.

La regla modificada es  $R_n$ , así el método de transformar  $R$  en  $R_n$ , así el método de transformar  $R$  en  $R_n$  es dado en el siguiente orden

- 1.- Tomar el complemento de la regla,  $R_c$
- 2.- Intercambiar la salida del vecindario

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_7 & T_6 & T_5 & T_4 & T_3 & T_2 & T_1 & T_0 & \\
 \end{array} \quad (4.11)$$

Por ejemplo, la regla 193-11000001 es transformada a 124-01111100

### 4.3 Reflexión

Para cualquier regla  $R_r$  la línea de entrada  $I$  y el patrón de evolución  $P$ , hay una regla  $R_r$  que da la línea reflejada (imagen espejo)  $P_r$

Considerando la regla

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_7 & T_6 & T_5 & T_4 & T_3 & T_2 & T_1 & T_0 & \\
 \end{array} \quad (4.12)$$

Buscar Rr implica una imagen en la cual la regla, incluyendo vecindarios puede ser transformada en su reflexión :

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 000 & 001 & 010 & 011 & 100 & 101 & 110 & 111 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_0 & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 & T_7 & \\
 \end{array} \quad (4.13)$$

El orden de los vecindarios ha sido cambiado y se restaura

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_7 & T_3 & T_5 & T_1 & T_6 & T_2 & T_4 & T_0 & \\
 \end{array} \quad (4.14)$$

La regla transformada es Rr, En esta solo las salidas asimétricas son alteradas, así la transformación R- $\bar{j}$  Rr intercambia las salidas en 2 pares asimétricos

$$\begin{array}{cccccccc|c}
 & 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 & \text{Vecindades} \\
 \text{Regla} & T_7 & T_6 & T_5 & T_4 & T_3 & T_2 & T_1 & T_0 & \\
 \end{array} \quad (4.15)$$

Por ejemplo, la regla 193-11000001 es transformada a la regla 137-10001001

## 4.4 Categorías de simetría

La reflexión permite a la regla ser colocada en 1 de 3 categorías de simetría

1.- Reglas simétricas ( R - Rr ), si  $T6 = T3$  y  $T4 = T1$

2.- Reglas semi-asimétricas, si

$$T6 \neq T3 \quad (4.16)$$

o

$$T4 \neq T1, \quad (4.17)$$

pero no ambas.

3.- Reglas asimétricas, si

$$T6 \neq T3 \quad (4.18)$$

y

$$T4 \neq T1 \quad (4.19)$$

Las reglas simétricas tienen evoluciones cuya estructura aparenta no tener predispuesto moverse a la izquierda o a la derecha, las reglas semi-asimétricas tienen una clara disposición hacia la derecha o izquierda y para las reglas asimétricas hay una disposición de interceptar a ambos izquierda y derecha.

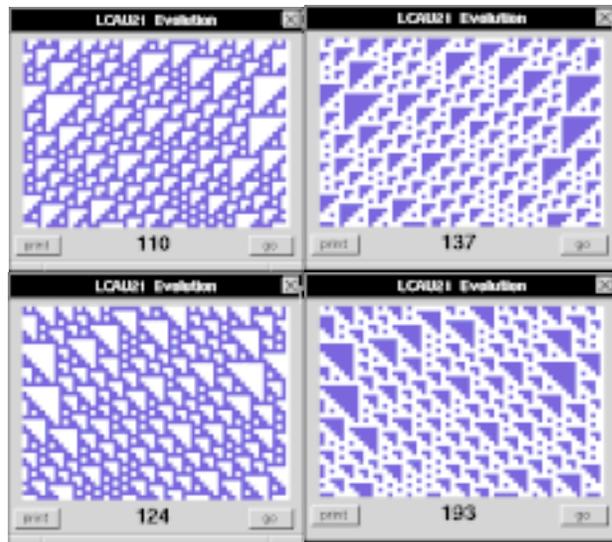


Figura 4.1: Representación mediante evoluciones de la regla 193 y su regla complementaria  $\mathbf{Rc}$ , reflexiva  $\mathbf{Rr}$  y complementaria  $\mathbf{Rc}$

# Bibliografía

- [1] Harold V. McIntosh, Linear cellular automata, Universidad Autónoma de Puebla, May 20, 1990 Revised August 10, 1990.
- [2] Tommaso Toffoli, Norman Margolus, Cellular automata Machines, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1987.
- [3] Andrew Wuensche, Mike Lesser, The Global Dynamics of cellular automata, Santa Fe institute, New Mexico, USA, July, 1992.
- [4] Stephen Wolfram, Cellular automata and Complexity, Wolfram Research, Inc. Champaign, IL, USA, 1994.
- [5] Howard Gutowitz, Christophe Domain, Topological Skeleton of Cellular Automaton Dynamics, Santa Fe Institute, NM, April, 10, 1996.
- [6] Harold V. McIntosh, Linear cellular automata via de Bruijn Diagrams, Universidad Autónoma de Puebla, 10 August, 10, 1991.