# COMPENDIO DE EXÁMENES

*Coordinación de Matemáticas discretas*

facebook.com/matematicasDiscretasEscom

comunidad.escom.ipn.mx/ua_matdiscretas

**2022-2023/1**

**Primer examen de Matemáticas Discretas**

**Nombre del Estudiante**____________________________________**Grupo**_______

Resolver detalladamente cada uno de los siguientes problemas

1. En la ESCOM, después de hacer una encuesta en un salón de 30 alumnos, se encontró que 15 reprueban matemáticas discretas, 16 reprueban física y 20 pasan cálculo. Además, 10 pasan física y discretas, 9 cálculo y discretas, y 8 pasan física y cálculo. Si sabemos que sólo 8 pasaron esas 3 materias obtenga (1 punto):
   Cuántos reprobaron sólo una materia
   Cuántos pasaron las tres materias
   Cuántos pasaron sólo una materia
   Cuántos pasaron al menos una materia

2. Demostrar que si $A \subset B$ entonces $A \cup (B - A) = B$ (1 punto)

3. Simbolizar los siguientes razonamientos utilizando símbolos lógicos y dar una demostración formal usando el método directo (2 puntos)
   Solo un tonto alimentaría a un oso salvaje. Cristina alimenta a Nicolas pero no es tonta. Por tanto, Nicolas no es un oso salvaje.

4. Simbolizar los siguientes razonamientos utilizando símbolos lógicos y dar una demostración formal usando el método indirecto (2 puntos)
   Si superman fuese capaz y quisiese impedir el mal, lo haría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería débil. Si no quisiese prevenir el mal, sería malevolente. Superman no evita el mal. Si superman existiese, ni sería débil ni malevolente. Por lo tanto superman no existe.

**Segundo examen de Matemáticas Discretas**

**Nombre del Estudiante**____________________________________**Grupo**________

1. Una banda de 9 asaltantes robo un banco y se hizo con una gran cantidad de monedas, todas identicas entre si. Cuando trataron de distribuirlas equitativamente entre ellos, les sobraron 8 monedas. Por lo tanto, decidieron no repartirlas. Imprevistamente, cuatro de ellos contrajeron coronavirus y murieron. Al volver a intentar repartir las monedas, les sobraron 3, y por lo tanto volvieron a cancelar la distribucion. Posteriormente murieron otros dos de influenza. Los restantes volvieron a intentar distribuir las monedas, pero les sobraron 5. Cansados de tanto intentar distribuir sin poder ser equitativos, optaron por guardar las monedas hasta que se les ocurriese una solución. Tiempo después, los asaltantes se arrepintieron de todas sus fechorías y decidieron hacer un acto caritativo a modo de redencion. Se dirijeron a un pueblo muy pobre en el que había exactamente 132 personas viviendo, y decidieron integrarse al pueblo para iniciar una nueva vida. Más aun, decidieron que repartirían equitativamente todas las monedas entre todos los habitantes del pueblo, incluyendose a ellos. Pero, para su sorpresa, volvieron a sobrar monedas. ¿Cuantas monedas sobraron? (1 punto)

2. Demostrar que si $a \equiv b(mod m_1)$ y $a \equiv b(mod m_2)$ entonces $a \equiv b(mod M)$, donde $M = mcm(m_1, m_2)$ (1 punto)

3. Encontrar el residuo de dividir $51^{31}$ entre 7 usando el pequeño teorema de Fermat (2 puntos)

4. Demostrar por inducción matemática (2 puntos)
   $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + ... + n \cdot 2^n = 2 + (n-1)2^{n+1}$

**3er. examen**

---

Este examen contiene 6 planteamientos que corresponde a 60 puntos de la valoración final. Las soluciones de los problemas deben tener todo el desarrollo usado sin omitir pasos. Tenga presente que no esta autorizada la comunicación con sus compañeros, ni el uso de ayudas computacionales (calculadora, celular, etc).

1. (10 puntos) Probar las siguientes igualdades
   a) $x + \overline{y} = x + \overline{(\overline{x}y + xy)}$
   b)$x\overline{y} + y\overline{z} + \overline{x}z = \overline{x}y + \overline{y}z + x\overline{z}$

2. (10 puntos) Acaba de ser contratado en Mercenary Motors. Su trabajo consiste en desarrollar una red lógica tal que un carro puede encenderse solo cuando la transmisión automática esta en neutral o en parking y el cinturón de seguridad del conductor está puesto. Calcula la FND y el circuito lógico simplificado

3. (10 puntos) Halla la forma normal disyuntiva de la función booleana $F(w, x, y, z)$ que vale 1 si, y sólo si, un número impar de variables de entre $w$, $x$, $y$, y $z$ toman el valor 1

4. (10 puntos) Si $A = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$ y $R$ es la relación definida por $(a, b), (e, d) \in R$ si $a + d = b + e$, demuestre que $R$ es una relación de equivalencia y de las clases de equivalencia.

5. (10 puntos) Examine si las relaciones $R$ y $S$ representadas por $M_R$ y $M_S$ dadas a continuación son relaciones de equivalencia:

   $a)\ M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b)\ M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. (10 puntos) Usar solo NAND $(\overline{x \cdot y})$ para representa la siguiente función

$$f(x, y, z) = xy + \overline{y}z$$

# MATEMÁTICAS DISCRETAS

**NOMBRE:** ___________________________________ **GRUPO:** ____________ **FECHA:**

## Sección 1

1. Simplifique si es posible, a la expresión más reducida. Indique las leyes utilizadas para justificar.

$$[(\boldsymbol{p} \rightarrow (\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{r})) \wedge (\sim\boldsymbol{q} \rightarrow \sim\boldsymbol{p}) \wedge \boldsymbol{p}] \rightarrow \boldsymbol{r}$$

2. Valide por tablas de verdad: (Cita de Sir Isaac Newton)
"Si he visto más lejos que otros, es porque voy sobre los hombros de gigantes". No he visto más lejos que otros. Por lo tanto, No voy sobre los hombros de gigantes.

3. Resuelve:
    - Si $q$ es verdadero, ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $q \vee (q \wedge \sim p)$?
    - Si $p$ es verdadero, entonces ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $\sim p \rightarrow (q \vee r)$?
    - Si $q$ es falso, ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $(p \wedge \sim q) \wedge q$?
    - Si $q$ es verdadero, entonces ¿cuál es el valor de verdad del enunciado $(p \wedge q) \rightarrow q$?

4. Resuelve lo que se pide:

- Haga uso de los cuantificadores para abreviar las siguientes funciones proposicionales y contesta, ¿Cuál función es verdadera o falsa?

**i)** Para todo x, si x es impar entonces $x^2$-1 es par

**ii)** Para cada entero "x", "2x+1 ≠ 5" o " $x^2$ ≠ 9"

- Escribe el conjunto de reales en "x" y "y", los cuales se encuentran involucrados en el lugar geométrico descrito

$\exists x \exists y\ (x^2 + y^2 = 1)$

5. Demostrar mediante inferencia lógica:

$$[\{\sim\boldsymbol{p} \rightarrow (\boldsymbol{r} \wedge \sim\boldsymbol{s})\} \wedge (\boldsymbol{t} \rightarrow \boldsymbol{s}) \wedge (\boldsymbol{u} \rightarrow \sim\boldsymbol{p}) \wedge \sim\boldsymbol{w} \wedge (\boldsymbol{u} \vee \boldsymbol{w})] \vdash \sim\boldsymbol{t}$$

# MATEMÁTICAS DISCRETAS

**NOMBRE:** ___________________________________ **GRUPO:** ____________ **FECHA:**

6. **En la parte trasera de un viejo armario descubre una nota firmada por un pirata famoso por su extraño sentido del humor y amor a los rompecabezas lógicos. En la nota escribió que él había escondido el tesoro en algún lugar de la propiedad. Hizo una lista de cinco enunciados verdaderos (del $i$) al $v$) que se muestran a continuación) y desafió al lector a usarlos para averiguar la ubicación del tesoro.**

i) Si esta casa está al lado de un lago, entonces el tesoro no está en la cocina.
ii) Si el árbol en el patio delantero es un olmo, entonces el tesoro está en la cocina.
iii) Esta casa está al lado de un lago.
iv) El árbol del patio delantero es un olmo o el tesoro está enterrado bajo el asta bandera.
v) Si el árbol del patio trasero es un roble, el tesoro está en el garaje.

**¿Dónde está escondido el tesoro?**

## Sección 2

1. Mediante el álgebra de conjuntos,
   **a) Demuestre:**
   $$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A \cap B) = A \cup B$$
   **b) Simplifique:**
   $$(A^c \cap B^c) \cup (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \cup (A \cap B) =$$

2. **Las afirmaciones siguientes utilizan subconjuntos de algún conjunto universal no vacío $\mathrm{U}$. Diga cuáles son verdaderas y cuáles son falsas. Para las falsas, proporcione un ejemplo en el que la afirmación no se cumpla.**
   **a)** $(A \cup B) \dot{\subseteq} (A \cap B)$ **implica que** $A = B$.
   **b)** $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ **para todo** A,B,C.
   **c)** $A \cap (\emptyset \cup B) = A$ **siempre que** $A \dot{\subseteq} B$
   **d)** $A \cap B = A^c \cup B^c$ **para todo** A,B.

3. **Considere las siguientes premisas:**
   $S_1$: Todos los diccionarios son útiles.
   $S_2$: María sólo tiene novelas rosa.
   $S_3$: Ninguna novela rosa es útil.

Use un diagrama de Venn para determinar la validez de cada una de las siguientes conclusiones:

Las novelas rosas no son diccionarios.
María no tiene ningún diccionario.
Todos los libros útiles son diccionarios

# MATEMÁTICAS DISCRETAS

**NOMBRE:** ______________________________ **GRUPO:** __________ **FECHA:**

4. **Demuestre de forma analítica (Sin diagramas de Venn y casos particulares de conjuntos, sólo de ser falsa la afirmación):**
   - **a)** Si $A-B \dot{\subseteq} C$ Si y solo si $A-C \dot{\subseteq} B$
   - **b)** $B \setminus A \subsetneq B \cap A^c$
   - **c)** Si $A \dot{\subseteq} B$ Si y solo si $B^c \dot{\subseteq} A^c$

5. **Demuestre,**

   a) para todo x,y,z en los enteros y n entero,

   $y \equiv x \bmod n$ y $z \equiv y \bmod n$, **entonces** $z \equiv x \bmod n$

   b) Use la identidad $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ para demostrar por inducción matemática que:

   $$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2 \quad \forall\, n \epsilon \boldsymbol{Z}^+$$

   c) Por inducción matemática: $8|(3^{2n}-1)$

## Sección 3

1. Considere las cuatro relaciones siguientes sobre el conjunto A={1,2,3}:
   **R={**(1,1), (1,2), (1,3), (3,3)**}**
   **S={**(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)**}**
   $\emptyset = \boldsymbol{relación\ vacía}$
   **T={**(1,1), (1,2), (2,2), (2,3)**}**
   Determine si cada una de las relaciones indicadas sobre A es:
   **Reflexiva, simétrica, transitiva o antisimétrica.**
2. Sea **R** la siguiente relación de equivalencia sobre el conjunto
   **A={**1,2,3,4,5,6**}:**
   **R={**(1,1), (1,5), (2,2), (2,3), (2,6), (3,2), (3,3), (3,6), (4,4), (5,1), (5,5), (6,2), (6,3), (6,6)**}**
   a) Encontrar el conjunto partición y las diferentes clases de equivalencia
   b) Determinar si es Relación Binaria de Orden y además cuales son los elementos de $\mathbf{R}^{-1}$

# MATEMÁTICAS DISCRETAS

**NOMBRE:** ________________________________ **GRUPO:** ___________ **FECHA:**

3. Sean **R** y**S** reflexivas sobre un conjunto A ={1,2,3}.
   A) Proponer ambas relaciones para casos particulares en los cuales se cumpla que R y S son reflexivas.
   B) Determinar la validez de: si para cualquier R y S sobre A que son reflexivas entonces $R \cup S$ es reflexiva.

4. Considere las tres relaciones siguientes sobre el conjunto A={1,2,3}:

   **R={**(1,1), (1,2), (1,3), (3,3)**}**

   **S={**(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3)**}**

   $\emptyset = \boldsymbol{relación\ vacía}$

   **T={**(1,1), (1,2), (2,2), (2,3)**}**

   Determine si cada una de las relaciones indicadas sobre A es:

   **Reflexiva, simétrica, transitiva o antisimétrica. (haciendo uso de las definiciones o contraejemplos, según sea el caso)**

**( 2 Puntos c/u)**

5. Sea **R** la siguiente relación de equivalencia sobre el conjunto

   **A={**1,2,3,4,5,6**}:**

   **R={**(1,1), (1,5), (2,2), (2,3), (2,6), (3,2), (3,3), (3,6), (4,4), (5,1), (5,5), (6,2), (6,3), (6,6)**}**

   c) Encontrar el conjunto partición y las diferentes clases de equivalencia
   d) Determinar si es Relación Binaria de Orden y además $\mathbf{R}^{-1}$

**( 2 Puntos )**

6. Sean **R** y**S** reflexivas sobre un conjunto A ={1,2,3}. Proponer ambas relaciones para casos particulares en los cuales se cumpla que R y S son reflexivas. Si R y S son reflexivas, entonces $R \cup S$ es reflexiva siempre sobre A

7. **Dar un ejemplo de funciones** $f: R \rightarrow R$ y $g: R \rightarrow R$ tales que existan $f^{-1}$ y $g^{-1}$ .

# MATEMÁTICAS DISCRETAS

**NOMBRE:** ________________________________ **GRUPO:** ___________ **FECHA:**

Sección 4

- Para cada una de las siguientes expresiones construir los circuitos (lógicos), utilizando en el primero compuertas NAND y en el segundo compuertas NOR:
  a) $g(w,x,y) = (w + y')(x + y')\, w'$
  b) $h(w,x,y) = (wx \oplus xy)'$
- Escribir en la forma normal conjuntiva y disyuntiva compacta (maxterminos y minterminos), $f(w, x, y)= x + y'x$ . Mediante tabla de verdad.
- Determinar la expresión simplificada para el mapa K y escribir la función $g(w,x,y,z)$, registrada en el mapa en su forma normal conjuntiva y disyuntiva, algebraica.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

- Cambiar la siguiente expresión a la forma normal disyuntiva (polinomial) y de la forma normal disyuntiva a la conjuntiva (polinomial). Mediante desarrollo algebraico.
  $h(w,x,y,z) = wx + w'y + x'yz$
- Escribir en su forma normal disyuntiva y conjuntiva compacta,
  $h(w,x,y,z) = wx + w'y + x'yz$

**Problema (1 punto)**

Si se tiene las proposiciones

$a$: Invierto mi dinero en acciones   $b$: Deposito mi dinero en una cuenta de ahorros.

Una equivalencia de la proposición: “si invierto mi dinero, no lo deposito en una cuenta de ahorro”, es:

a) $(a \vee b) \wedge (a \wedge b)$
b) $(a \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)$
c) $\neg(a \wedge b)$
d) $\neg(a \vee b) \wedge \neg(a \wedge b)$
e) $(a \vee \neg b) \wedge (\neg a \wedge b)$

**Justifica tu respuesta con base en el álgebra de proposiciones**

**Problema 2 (1 punto)**

Si $(\neg p \rightarrow q) \vee r$ es una proposición falsa, entonces, una y sólo una de las siguientes proposiciones es verdadera, identifíquela. **Justifica tu respuesta con base en las definiciones de los conectores lógicos**

a) La proposición $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow r$ es verdadera
b) La proposición $(p \wedge q) \vee \neg r$ es falsa
c) La proposición $(p \wedge \neg q) \vee r$ es falsa
d) La proposición $(\neg p \wedge q) \vee \neg r$ es falsa
e) La proposición $(\neg p \wedge q) \wedge \neg r$ es verdadera

**Problema 3 (1 punto)**

Los valores de verdad que deben de tener las proposiciones atómicas a, b, c para que la proposición compuesta: $[\neg(\neg a \rightarrow c) \rightarrow (a \vee \neg b] \wedge \neg(a \vee c)$ sea verdadera son:

$$a)\ a = 1; b = 0;\ c = 0$$

$$b)\ a = 0; b = 1;\ c = 0$$

$$c)\ a = 0; b = 0;\ c = 1$$

$$d)\ a = 0; b = 0;\ c = 0$$

$$e)\ a = 1;\ b = 1;\ c = 1$$

**Justifica tu respuesta con base en las definiciones de los conectores lógicos**

**Problema 4 (1 punto)**

La inversa de: " No es verdad que, estudio pero salgo mal en los exámenes" es

a) Si estudio, entonces salgo mal en los exámenes
b) Si estudio, entonces salgo bien en los exámenes
c) Si no estudio, salgo mal en los exámenes
d) Si salgo bien en los exámenes, he estudiado
e) Ninguna de las anteriores es la inversa

**Problema 5 (2 puntos)**

**Demuestre la validez del argumento**

a) mediante leyes de inferencia   b) mediante álgebra de proposiciones

Si hoy es sábado voy al cine; pero si hoy voy a la playa, comeré ceviche. No voy al cine o no comeré ceviche. Por lo tanto, hoy no es sábado o incluso no voy a la playa.

**Problema 1)**

Determina si la afirmación es falsa o verdadera

1) Sea B={1,2}. 1⊂B
2) Sea A={1}. {1}∈P(A)
3) Sean A={1} B={1,2}. A∈B
4) Sea B={1,2}. {{2}}⊂P(B)
5) Sean A={1} y B={1,2}. ∅∈P(AXB)
6) A∪(A∪B)=A
7) A-B⊂A
8) A∪(B-A)=A∪B
9) Si A∪C=B∪C entonces A=B
10) A⊕A=A
11) A⊕∅=A
12) Sea A= {{ },{1}}. $\{1\}\subseteq A$
13) Los enteros 14,15,21 son primos relativos dos a dos

**Problema 2)**

a) Sea U ={{x, y}/ x, y son números naturales diferentes menores que 10}
   La cardinalidad de B={{x,y}∈U / x+y es un número impar} es: ___________________
b) La cardinalidad de la potencia del conjunto potencia del conjunto vacío es: ________
c) Sea A= {{ },{1}}. La cardinalidad de la potencia del Producto Cartesiano AxA es: _____
d) ¿Cuántas divisiones se requieren para calcular el mcd (414,662) utilizando el algoritmo de Euclides? _______________________
e) ¿Cuál es el valor del tercer bit de arrastre que se tiene al sumar los números binarios 101010 y 1010? ________________________

**Problema 3)**

Utilizar el álgebra de conjuntos para simplificar a su mínima expresión el conjunto

$$((A \oplus B) - B) \cup (B - (A \oplus B))$$

**Problema 4)**

900 futbolistas profesionales fueron entrevistados con los siguientes resultados

200 tienen piscina
305 tienen una segunda casa
120 tienen un barco
45 tienen un barco y una segunda casa
30 tienen piscina y una segunda casa
32 tienen un barco y una piscina
16 tienen los tres.

a) Dibuje un diagrama de Venn para mostrar esta información. Utiliza A para representar el conjunto de futbolistas que tienen piscina, B el conjunto de futbolistas que tienen una segunda casa y C el conjunto de futbolistas que tienen un barco. (1 punto)

b) ¿Cuántos futbolistas tienen solo una de ellas? (3 puntos)

c) ¿Cuántos futbolistas tienen exactamente dos de ellas? (3 puntos)

d) ¿Cuántos futbolistas no tienen ninguna de las tres? (3 puntos)

Nota: en b), c) y d) Justifica ampliamente tu respuesta y escribe el conjunto que da respuesta a la pregunta.

**Problema 5)**

Usar el principio de inducción matemática para determinar la veracidad de la afirmación: "La suma de tres números enteros positivos consecutivos es siempre divisible por 6"

**Problema 6)**

Usar el principio de inducción matemática para determinar la veracidad de la afirmación:

$$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}>2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$$

**Problema 1**

Considere la función booleana $f(x,y,z,w) = \overline{(y+\bar{z})\overline{(\bar{x}\,\overline{w})}} + (\overline{y+z})$

a) Llevar la función booleana a la FND
b) Determinar la función simplificada como productos de sumas mediante mapas K.
c) Determinar la función simplificada como sumas de productos mediante mapas K.
d) Escribir el dual de la función original y de la función simplificada en el inciso b)
e) Dibujar el circuito de la función más simplificada usando compuertas NAND

**Problema 2**

Considere la función booleana $f(x,y,z,w) = (\overline{\bar{y}\ \bar{z}})\ \ \overline{\bar{y}\,z + \overline{(x+w)}}$

a) Llevar la función booleana a la FNC
b) Determinar la función simplificada como productos de sumas mediante mapas.
c) Determinar la función simplificada como sumas de productos mediante mapas K.
d) Determinar el dual del complemento de la función obtenida en el inciso c)
e) Dibujar el circuito de la función más simplificada usando solo compuertas OR y XOR

**Problema 3**

a) Analizar cada una de las propiedades de una relació0n y determinar cuáles de ellas cumple la relación R, definida como xRy si 3 divide a x-y en X={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
b) Determinar si la relación es de equivalencia.
c) Determinar si R es de Orden parcial.
d) Determinar si R es de Orden total.
e) Si la relación es de equivalencia determine las clases de equivalencia y determine el conjunto cociente.

**Problema 4**

Dar un ejemplo de relación en el conjunto {a,b,c} que sea:

a) Simétrica y antisimétrica  b) Reflexiva, simétrica y transitiva

**Problema 5**

Sean $R_1$ y $R_2$ relaciones en un conjunto $A$ representadas por las matrices

$$M_{R_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinar las matrices que representan las relaciones

a) $R_1 \cup R_2$
b) $R_1 \cap R_2$
c) $R_1 \oplus R_2$

**1.- TEMA A EVALUAR: EQUIVALENCIAS.** (valor: 0.4 pts.)

Utilice una tabla de verdad para mostrar que las proposiciones son equivalentes:

$$p \rightarrow (q \wedge \sim r) \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim r)$$

**2.- TEMA A EVALUAR: CONTRAPOSITIVA, RECÍPROCA (CONVERSA) O INVERSA DE UNA CONDICIONAL.** (valor: 0.4 pts.)

a) Dada la proposición directa: Si yo vivo en Tampa, entonces yo vivo en florida, determine cada una de las proposiciones condicionales relacionadas: La recíproca, la inversa y la contrapositiva. (en símbolos y palabras).

b) Para la proposición directa $\sim p \rightarrow q$, escriba: La recíproca, la inversa y la contrapositiva.

**3.- TEMA A EVALUAR: REGLAS DE INFERENCIA Y ALGEBRA PROPOSICIONAL.** (valor: 0.3 pts.)

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$
2. $(q \rightarrow r) \rightarrow \sim t$
3. $t \vee s$
4. <u>p</u>
5. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
6. $q \rightarrow r$
7. $\sim t$
8. s

**4. TEMA A EVALUAR: VALIDEZ DE UN ARGUMENTO.** (valor: 0.4 pts.)

Determine si el argumento es válido o no válido (use tabla de verdad):

Yo compraré un automóvil o Yo me iré de vacaciones
<u>Yo no compraré un automóvil</u>
Yo me iré de vacaciones

**5. TEMA A EVALUAR: CUANTIFICADORES.** (valor:0.3 pts.)

Sea P(x) la función proposicional "$x$ es un entero" y sea Q(x) la función proposicional "$x$ es un número positivo". El dominio de discurso es el conjunto de todos los números reales.

i. Escriba cada proposición en palabras. Determine el valor de verdad de cada proposición.

A. $\forall x\, Q(x)$
B. $\exists\, x\, Q(x)$
C. $\exists x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$
D. $\forall x\, (P(x) \wedge Q(x))$

ii. Escriba la negación de cada proposición en símbolos y palabras. Determine el valor de verdad de cada proposición.

E. $\forall x\, Q(x)$
F. $\exists\, x\, Q(x)$
G. $\exists x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$
H. $\forall x\, (P(x) \wedge Q(x))$

**6. TEMA A EVALUAR: DEMOSTRACIONES.** (valor:0.2 pts.)

Relacione las siguientes columnas.

| | |
|---|---|
| a) Demostración por contradicción | ( ) Para probar $p \to q$, prueba la afirmación equivalente: $\sim q \to \sim p$ |
| b) Prueba directa | ( ) Se encuentra un miembro $x$ en el dominio de discurso que hace que $P(x)$ sea falsa (contraejemplo). |
| c) Demostración por contrapositiva | ( ) Se encuentra un miembro $x$ en el dominio de discurso que hace que $P(x)$ sea verdadera. |
| d) Prueba $p \leftrightarrow q$ | ( ) Supone que las hipótesis son verdaderas y que la conclusión es falsa y después utiliza la hipótesis y la negación de la conclusión, junto con otro axiomas, definiciones y teoremas demostrados antes, para obtener una contradicción. |
| e) Prueba existencial | ( ) Supone que las hipótesis son ciertas y entonces, usando la hipótesis, otros axiomas, definiciones y teoremas demostrados antes, prueba que la conclusión es verdadera. |
| f) Probar que $p \to q$ es falsa o rechazar $\forall x\, P(x)$ | ( ) Se prueba la afirmación equivalente: $(p \to q) \land (q \to p)$ |

ESCOM

**1.- TEMA A EVALUAR: CONJUNTOS.** (valor: 0.4 pts.)

*Relacione cada conjunto o conjuntos en la columna I con la descripción que le corresponda de la columna II.*

| I | II |
|---|---|
| **1.** $\{p\}, \{q\}, \{p, q\}, \emptyset$ | **A.** el complemento de $\emptyset$ |
| **2.** $\{p\}, \{q\}, \emptyset$ | **B.** los subconjuntos de $\{p, q\}$ |
| **3.** $\{a, b\}$ | **C.** el complemento de $\{c, d\}$, si $U = \{a, b, c, d\}$ |
| **4.** $\emptyset$ | **D.** el complemento de $U$ |
| **5.** $U$ | **E.** el complemento de $\{b\}$, si $U = \{a, b\}$ |
| **6.** $\{a\}$ | **F.** los subconjuntos propios de $\{p, q\}$ |

**2.- TEMA A EVALUAR: CONJUNTOS.** (valor: 0.6 pts.)

Melissa Young, directora de Ayuda Financiera de una pequeña universidad privada del Oeste Medio, inspeccionó los registros de 100 estudiantes de segundo año y encontró lo siguiente:

49 reciben beca del gobierno,
55 reciben becas privadas,
43 reciben ayuda de la universidad,
23 reciben becas del gobierno y becas privadas,
18 reciben becas del gobierno y ayuda de la universidad,
28 reciben becas privadas y ayuda de la universidad,
8 reciben ayuda de las tres fuentes.

¿Cuántos de los estudiantes en la encuesta

**(a)** cuentan solamente con becas del gobierno?

**(b)** cuentan con una beca privada pero no con beca del gobierno?

**(c)** reciben ayuda financiera sólo de una de estas fuentes?

**3.- TEMA A EVALUAR: CONJUNTOS.** (valor: 0.4 pts.)

*Realice las siguientes operaciones.*

$$\text{Sean}\quad \begin{aligned} U &= \{a, b, c, d, e, f, g\},\\ X &= \{a, c, e, g\},\\ Y &= \{a, b, c\},\\ Z &= \{b, c, d, e, f\}. \end{aligned}$$

a) $Y^C - X =$

b) $Y \times Z =$

**4.- TEMA A EVALUAR: CONJUNTOS.** (valor: 0.2 pts.)

Utilizando las propiedades de álgebra de conjuntos demuestre que:

$$(A - B) - C = A - (B \cup C)$$

**5.- TEMA A EVALUAR: MÍNIMO COMÚN MULTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR.** (valor: 0.4 pts.)

a) Utilice el algoritmo de Euclides para determinar el máximo común divisor de 60 y 90.

b) Calcule el minino común múltiplo de 60 y 90 utilizando la fórmula vista en clase y el resultado del máximo común divisor que obtuvo en el ejercicio anterior.

**6.- TEMA A EVALUAR: INDUCCIÓN MATEMÁTICA.** (valor: 0.2 pts.)

Explique cómo procede una demostración por inducción si usted quisiera probar la siguiente afirmación:

Demostrar que $7^n - 1$ es divisible entre 6, para toda $n \geq 1$

**7. TEMA A EVALUAR: CAMBIOS DE BASE.** (valor: 0.8 pts.)

i. Exprese el siguiente número binario en decimal: 101101

ii. Exprese el número decimal 400 a binario

iii. Exprese el número binario 101101 en hexadecimal

iv. Exprese el número decimal 400 en hexadecimal

v. Exprese el número hexadecimal 76E en binario

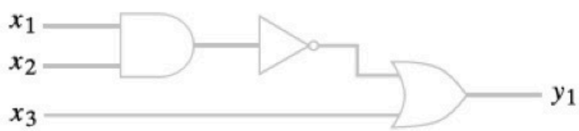
vi. Multiplique los números binarios: 1001 por 1111

vii. Sume los números hexadecimales: 195 + 76E

viii. Convierta $251_7$ a base 4

**1.- TEMA A EVALUAR: CIRCUITOS COMBINATORIOS, EXPRESION BOOLEANA Y TABLAS LOGICAS.** (valor: 2.0 pts.)

a) Escriba la expresión booleana que representa el circuito combinatorio dado. Escriba la salida de cada compuerta simbólicamente.




b) Escriba la tabla lógica.

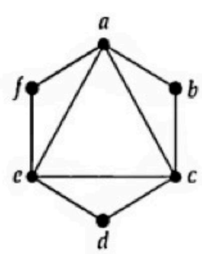
**2.- TEMA A EVALUAR: CIRCUITOS DE CONMUTACION.** (valor: 1.0 pts.)

Represente la siguiente expresión como un circuito de conmutación.

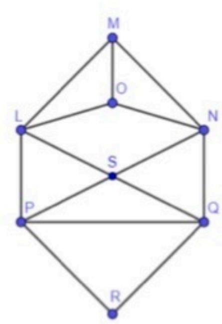
$$(A \wedge ((B \wedge \overline{C}) \vee (\overline{B} \wedge C))) \vee (\overline{A} \wedge B \wedge C)$$

**3.- TEMA A EVALUAR: CICLO DE EULER Y CIRCUITO HAMILTONIANO.** (valor: 1.0 pts.)

a) Sea $G_1$ la siguiente gráfica conexa, verifique que $G_1$ tiene un ciclo de Euler. Encuentre un ciclo de Euler para $G_1$.




b) Encuentre un ciclo de Hamilton para $G_2$.



**4.- TEMA A EVALUAR: ALGORITMO DE LA RUTA MAS CORTA.** (valor: 1.0 pts.)

Encuentre la longitud de la ruta más corta en la siguiente gráfica y también encuentre la ruta más corta (del nodo 1 al nodo 7). Utilice el algoritmo de Dijkstra.